

# Anordnung der Kräfte am Schlagflügel

Horst Rübiger

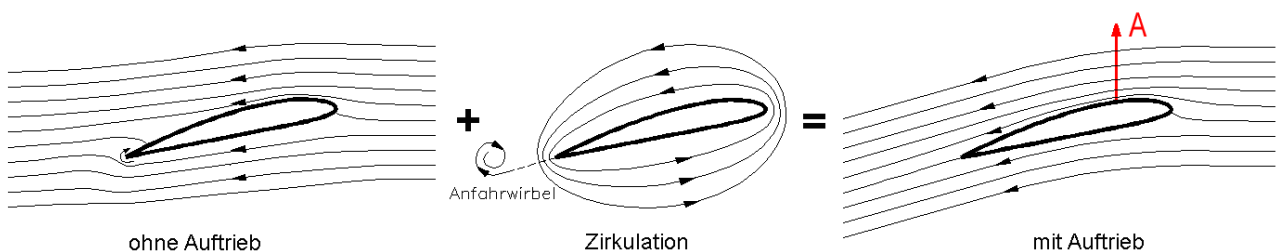
Nürnberg 12/2020

## Inhaltsverzeichnis

1	Aerodynamische Kräfte am Schlagflügel .....	1
2	Kräfte bei Neigung der Schlagebene .....	5
3	Seitliche Neigung der Auftriebskraft während der Schlagbewegung .....	6
4	Kräfte im flachen Steigflug .....	6
5	Maßstäbliche Darstellung der Kräfte .....	7
6	Verwendete Symbole .....	11

## 1 Aerodynamische Kräfte am Schlagflügel

An einem Flügel im Windkanal kann man auf der Flügelober- und Unterseite unterschiedliche Strömungsgeschwindigkeiten messen. Auf der Oberseite ist die Strömungsgeschwindigkeit größer als auf der Unterseite. Um diesen Unterschied mathematisch zu beschreiben geht man von der Vorstellung aus, dass um den Flügel eine Strömung zirkuliert. Die Anströmung von vorne wird durch diese zirkulierende Strömung überlagert. Erst durch dieses mathematische Modell der Zirkulation wurden Auftriebsverteilungen überhaupt erst berechenbar. Auch das im Handbuch den Berechnungen zugrunde liegende Gleichungssystem von R. T. Jones<sup>1</sup> arbeitet mit Zirkulationsverteilungen.



**Bild 1** Abstraktes mathematisches Modell der Auftriebsentstehung

Aus der Zirkulation um den Flügel resultiert eine Kraft, die definitionsgemäß immer senkrecht zur ungestörten Anströmung steht. In der Flugtechnik wird sie allgemein als „Auftrieb“ bezeichnet.

<sup>1</sup> Jones Robert T. The spanwise distribution of lift for minimum induced drag of wings having a given lift and a given bending moment. National Advisory Committee for Aeronautics (NACA), Technical Note 2249, Sept. 1950, siehe [http://ornithopter.de/daten/jones\\_1950.pdf](http://ornithopter.de/daten/jones_1950.pdf) (PDF 0.5 MB)

In älteren deutschen Veröffentlichungen über den Schlagflug wird diese Kraft als „Querkraft“ bezeichnet (siehe Arbeiten von Hans Oehme<sup>2</sup>). Auch im Handbuch „Wie Ornithopter fliegen“<sup>3</sup> wird sie so genannt. Entsprechend der allgemeinen Aerodynamik für Fluggeräte wird aber hier die Bezeichnung „Auftrieb“  $A$  verwendet. Das ist auch in der Propellertheorie so der Fall.

$$A = \rho \cdot v_{\infty} \cdot \Gamma \quad (1-1)$$

$A$	Auftrieb
$\rho$	Luftdichte
$v_{\infty}$	Geschwindigkeit der freien ungestörten Anströmung
$\Gamma$	Zirkulation

Der weiteren Beschreibung der aerodynamischen Kräfte am Schlagflügel liegen die bekannten Größen an einem Flügelort eines Tragflügels zugrunde (siehe folgendes Bild 2). Darin ist auch der Vektor für den der Profilwiderstand  $W_p$  dargestellt. Das ist bei Beschreibungen der Kräfte an einem Flügelort nicht immer üblich. Bei Schlagflügeln ist es aber, zumindest bei genaueren Untersuchungen, zweckmäßig.

Die Bestimmung des örtlichen Profilwiderstandes ist allerdings recht aufwändig. Längs der Spannweite ändern sich ja an jedem Flügelort der Auftriebsbeiwert  $c_a$  des Profils, die Bahngeschwindigkeit  $w$  und die Reynold'sche Zahl  $Re$ . Alle diese Variablen beeinflussen den Profilwiderstand. In erster Näherung kann man aber auch mit einem mittleren örtlichen Profilwiderstand arbeiten.

Entlang der Flügeltiefe wird die Luftströmung hinten nach unten abgelenkt (siehe Bild 1). Damit wird eigentlich auch der Vektor des Profilwiderstandes entsprechend mitgedreht. Das wird aber hier vernachlässigt.

---

<sup>2</sup> Oehme Hans. Flug und Flügel von Star und Amsel, 1. Teil: Biophysik des Fluges.  
Biologisches Zentralblatt, Band 82 (1963), Heft 4  
Georg Thieme Verlag, Stuttgart

[http://ornithopter.de/daten/star\\_amsel1.pdf](http://ornithopter.de/daten/star_amsel1.pdf)

und

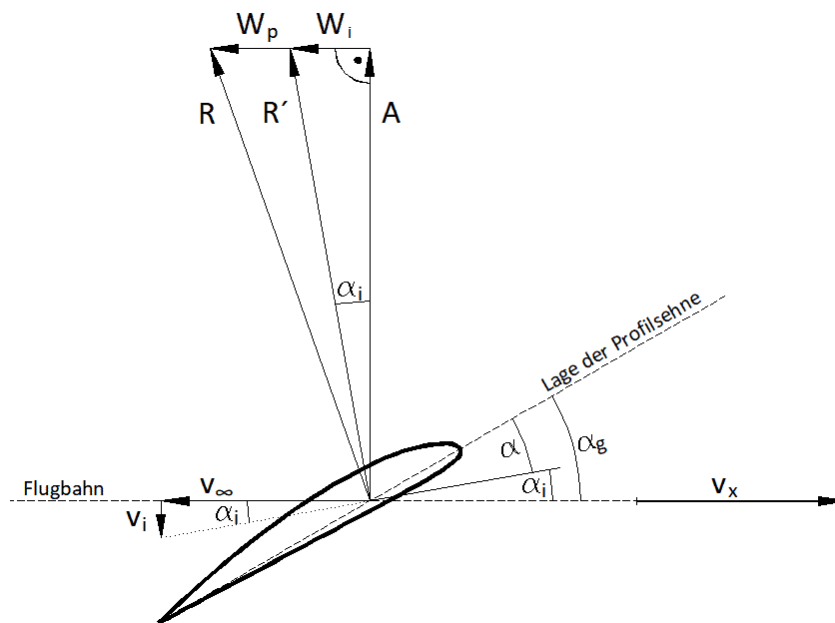
Oehme Hans. Über den Kraftflug großer Vögel.

Beiträge zur Vogelkunde. Band 11, Seite 1-31, Leipzig 1965, Aula-Verlag, Wiebelsheim

[http://ornithopter.de/daten/kraftflug\\_gr.pdf](http://ornithopter.de/daten/kraftflug_gr.pdf)

<sup>3</sup> Rübiger Horst. Wie Ornithopter fliegen, Aerodynamik und Dynamik großer Schlagflügelmodelle.

Selbstverlag Nürnberg, 2001, siehe <http://www.ornithopter.de/handbuch.htm>



**Bild 2** Prinzipielle Anordnung aerodynamischer Größen an einem Ort des Tragflügels

Auftrieb

$W_i$  induzierte Widerstand

$W_p$  Profilwiderstand

$R$  resultierende Luftkraft mit Profilwiderstand

$R'$  resultierende Luftkraft ohne Profilwiderstand

$v_\infty$  Geschwindigkeit der freien ungestörten Anströmung

$v_i$  induzierter Abwind

$v_x$  Fluggeschwindigkeit,  $|v_x| = |v_\infty|$

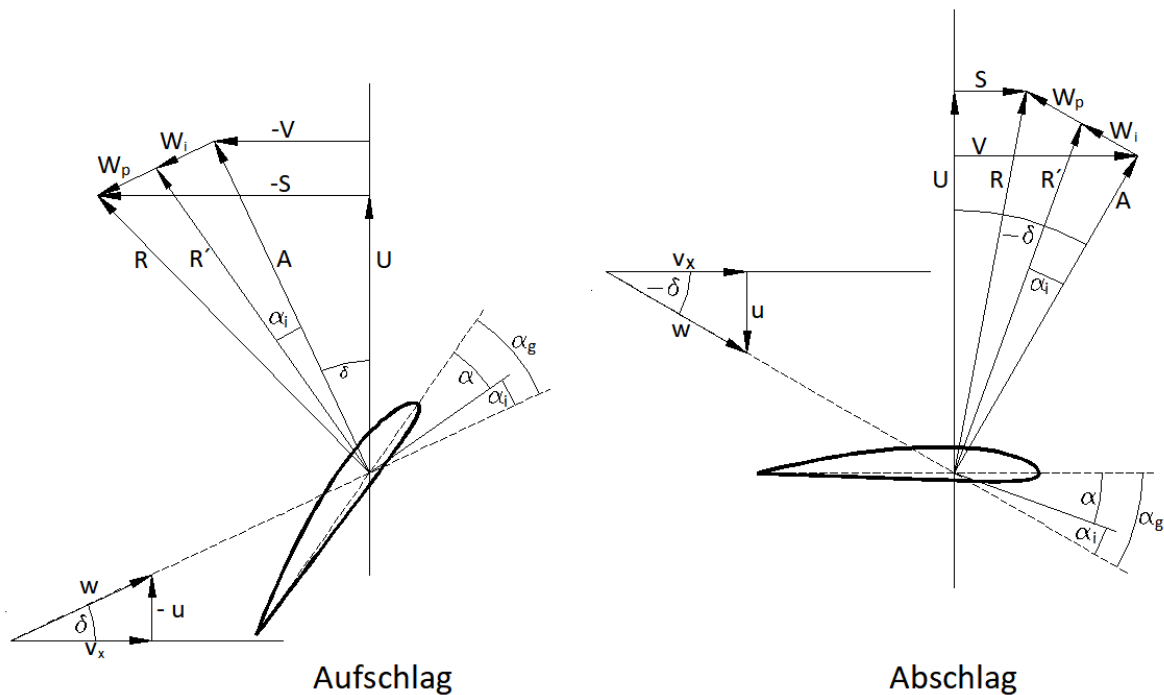
$\alpha$  Anstellwinkel des Profils

$\alpha_i$  induzierter Anstellwinkel

$\alpha_g$  geometrischer Einstellwinkel

In folgendem Bild 3 fällt auf, dass beim Schlagflügel die Widerstände nicht nur den Schub, sondern auch die Umfangskraft bzw. den Auftrieb beeinflussen. Beim hier verwendeten Rechenmodell (siehe Kapitel 5) beträgt der Auftriebsanteil der Widerstände zum Auftrieb einer ganzen Schlagperiode allerdings nur 0,4 %. Dieser Anteil wird aber bei kleineren Ornithoptern wegen der kleinen Rezahl und der relativ hohen Schlagfrequenz wahrscheinlich spürbar ansteigen.

Manchmal möchte man die Kraft in Flugrichtung ohne die Widerstände ansprechen. Diese Kraft wird hier als Vortriebskraft  $V$  bezeichnet. Das ist sozusagen der „Nettoschub“.



**Bild 3** Kräfte an einem Ort des Schlagflügels

A	Auftrieb	$\alpha$	Anstellwinkel des Profils
$W_i$	induzierter Widerstand	$\alpha_i$	induzierter Anstellwinkel
$W_p$	Profilwiderstand	$\alpha_g$	geometrischer Einstellwinkel
R	Resultierende mit Profilwiderstand	$\delta$	Neigungswinkel der Bahnlinie
$R'$	Resultierende ohne Profilwiderstand	$v_x$	Fluggeschwindigkeit
U	Umfangskraft	u	Umfangsgeschwindigkeit des Flügelortes
S	Schub	w	Bahngeschwindigkeit des Flügelortes
V	Vortrieb		

Die Bezeichnung der „Umfangskraft“ wurde analog zur Propellertheorie gewählt. Sie liegt in der Schlagebene. Man kann damit das Schlagmoment  $M_S$  an einem Flügelort im Abstand  $y$  von der Schlagachse zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t$  ermitteln.

$$M_{S(t)(y)} = U_{(t)(y)} \cdot y \quad (1-2)$$

Integriert man diese Werte längs der Halbspannweite  $s$ , so erhält man das gesamte Schlagmoment  $M_{S(t)}$  des Flügels zu diesem Zeitpunkt. Es dient zur Festlegung der Holmfestigkeit. Das Schlagmoment wird oft auch als Drehmoment des Schlagflügels bezeichnet. Es ist aber vom Drehmoment  $M_D$  um die Längsachse bzw. um den Holm des Schlagflügels zu unterscheiden.

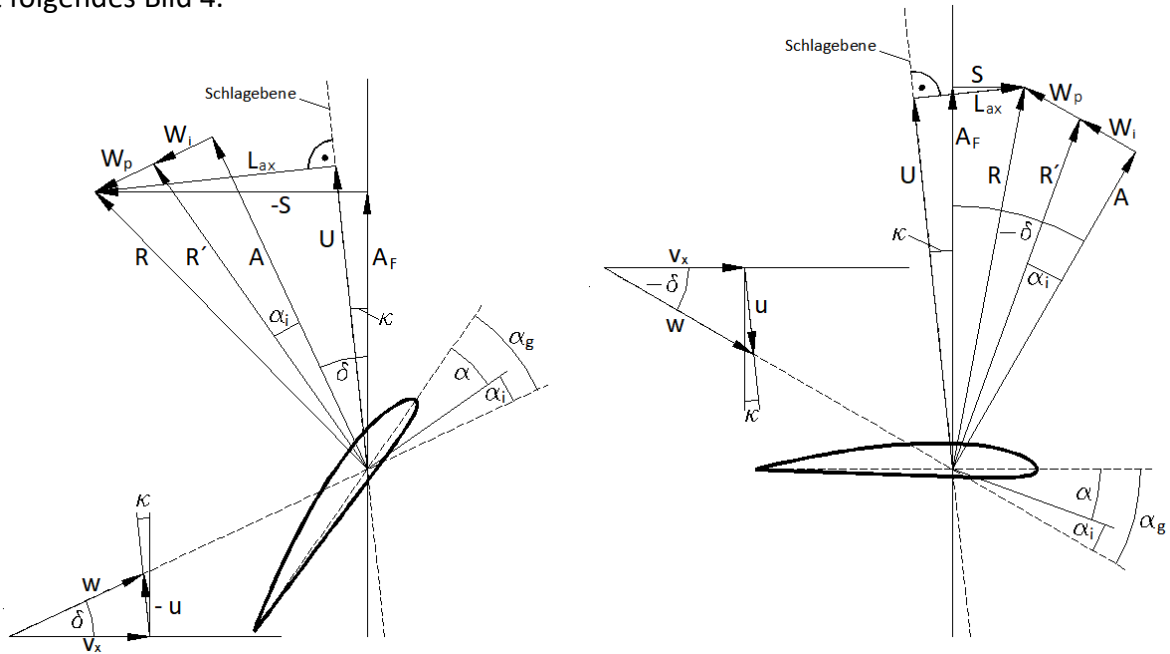
Mit dem Schlagmoment  $M_S$  beider Flügelseite und der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  zum Zeitpunkt  $t$  erhält man die gesamte Schlagleistung  $P_S$  zu diesem Zeitpunkt.

$$P_{S(t)} = 2 \cdot M_{S(t)} \cdot \omega_{(t)} \quad (1-3)$$

Bei einer Abwinklung des Handflügels kann man sein Schlagmoment um das Handgelenk mit Hilfe der örtlichen Umfangskräfte  $U_{(y)}$  Längs des Handflügels ermitteln. Die Umfangskraft ist also auch beim Schlagflügel eine wichtige Größe.

## 2 Kräfte bei Neigung der Schlagebene

Die Umfangskraft  $U$  kann gleichzeitig auch die Flügelauftriebskraft  $A_F$  sein, die auf die Flügellängsachse bezogen ist. Sie wird zur Berechnung des Auftriebs  $A_z$  in z-Richtung des Ornithopters verwendet. Man sollte aber doch zwischen der Umfangskraft und dem Flügelauftrieb unterscheiden, denn bei einer Neigung der Schlagebene sind beide Größen nicht mehr identisch. Zur Veranschaulichung dient folgendes Bild 4.



**Bild 4** Kräfte am Schlagflügel bei Neigung der Schlagebene von hinten- oben nach vorne-unten

Die Umfangskraft  $U$  liegt in der um den Winkel  $\kappa$  geneigten Schlagebene. Die Größe dieser Kraft wird durch die Resultierende  $R$  bestimmt. Die Kraft in axialer Richtung des Schlaglagers ist jetzt nicht mehr der Schub  $S$ , sondern die axiale Kraft  $L_{ax}$  am Schlaglager. Der Flügelauftrieb  $A_F$  ist auf die Flügellängsachse bezogen und liegt in einer Ebene senkrecht zur Flugrichtung.

Bei einer Neigung  $\kappa$  der Schlagebene ändern sich an einem Ort des Schlagflügels die Geschwindigkeiten und ihre Winkel. Wenn Fluggeschwindigkeit  $v_x$  und Umfangsgeschwindigkeit  $u$  bekannt sind, resultiert die Bahngeschwindigkeit  $w$  aus dem Kosinussatz

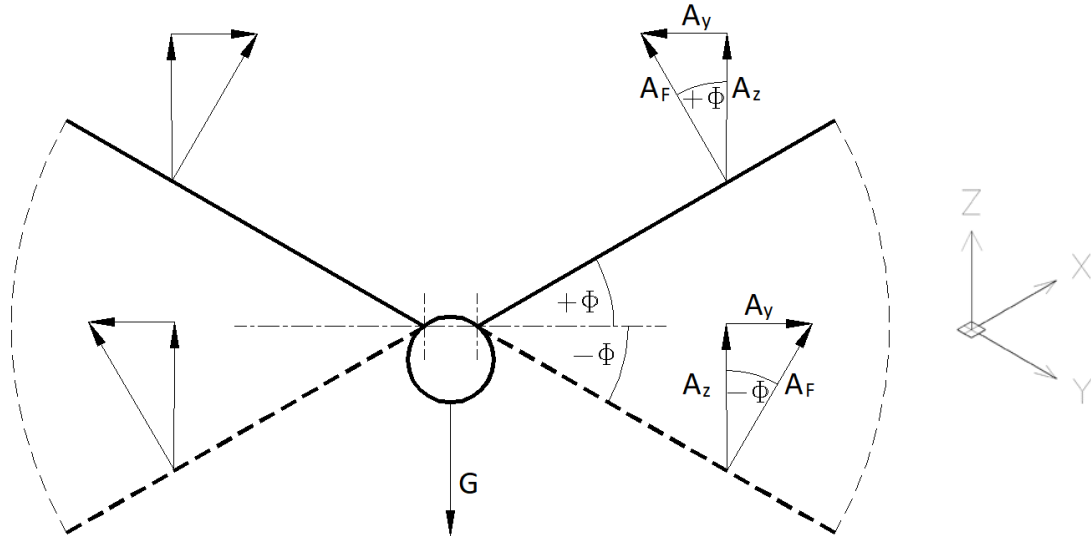
$$w = \sqrt{v_x^2 + u^2 - 2 \cdot v_x \cdot u \cdot \cos(90^\circ \pm \kappa)} \quad (2-1)$$

Das positive Vorzeichen bei der Winkelangabe gilt für den Abschlag, das Minuszeichen für den Aufschlag. Der Bahnneigungswinkel  $\gamma$  wird mit dem Sinussatz bestimmt.

$$\delta = \arcsin\left(\frac{u}{w} \cdot \sin(90^\circ \pm \kappa)\right) \quad (2-2)$$

### 3 Seitliche Neigung der Auftriebskraft während der Schlagbewegung

Der Vektor der Flügelauftriebskraft neigt sich während der Schlagbewegung nach innen und außen (siehe Bild 5). Die Auftriebsanteile in  $y$ -Richtung auf beiden Flügelseiten heben sich gegenseitig auf. Ein Teil des Flügelauftriebs geht also verloren.



**Bild 5** Seitliche Neigung der Flügelauftriebskraft  $A_F$  außerhalb der gestreckten Flügelstellung und das verwendete räumliches Koordinatensystem des Ornithopters

- $A_F$  Flügelauftrieb bezogen auf die Flügellängsachse
- $A_y$  Auftriebsanteil in  $y$ -Richtung des Ornithopters
- $A_z$  Auftriebsanteil in  $z$ -Richtung des Ornithopters
- $G$  Gewichtskraft der Ornithopter-Masse
- $\Phi$  Schlagwinkel bezogen auf die Horizontale

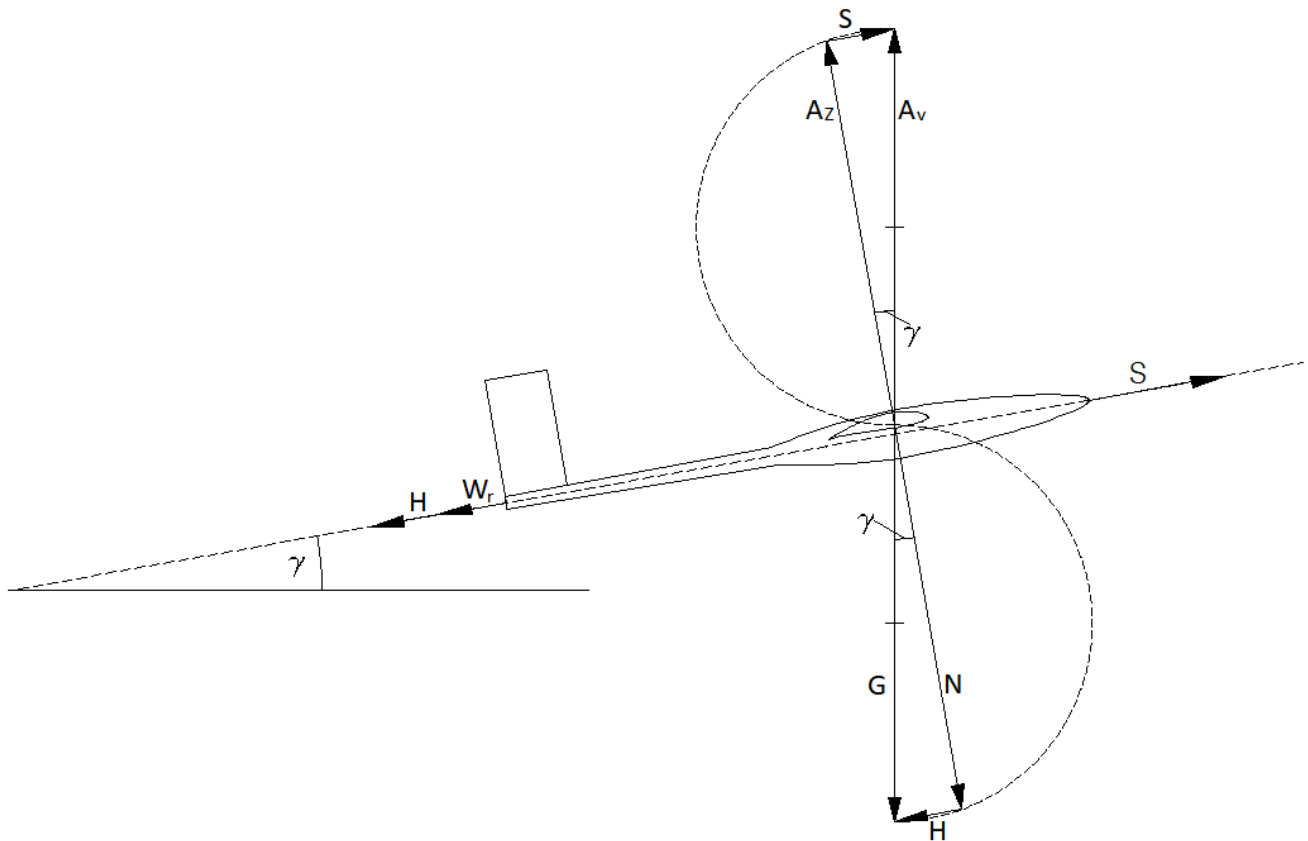
Aus dem Flügelauftrieb  $A_F$  wird der Auftriebsanteil  $A_z$  in  $z$ -Richtung des Ornithopters zum Zeitpunkt  $t$  berechnet.

$$A_{z(t)(y)} = A_{F(t)(y)} \cdot \cos \Phi(t) \quad (3-1)$$

### 4 Kräfte im flachen Steigflug

Bei der Bestimmung des vertikalen Auftriebs  $A_v$  ist noch ein möglicher Steigungswinkel  $\gamma$  der Flugbahn zu berücksichtigen. In folgendem Bild 6 ist über dem vertikalen Auftrieb  $A_v$  ein sogenannter Thales-Halbkreis dargestellt. Die Vektoren von  $z$ -Auftrieb  $A_z$  und Schub  $S$  stehen immer senkrecht zueinander, solange sich ihr gemeinsamer Berührungspunkt auf dem Halbkreis befindet. Man kann sich so leicht vorstellen, dass mit größer werdendem Flugbahn-Steigungswinkel  $\gamma$  der erforderliche  $z$ -Auftrieb  $A_z$  immer kleiner wird. Der Beitrag vom Schub zum vertikalen Auftrieb wird dagegen immer größer. Entsprechendes gilt auch für den Thales-Halbkreis über der Gewichtskraft  $G$ , mit dem Hangabtrieb  $H$  und der Normalkraft  $N$  (senkrecht zur Bahnlinie).

$$H = G \cdot \sin \gamma \quad (4-1)$$



**Bild 6** Kräfte an einem Ornithopter im Steigflug

- $A_v$  Auftrieb in vertikaler Richtung
- $A_z$  z-Auftrieb, gesamter Auftrieb in z-Richtung des Ornithopters
- $G$  Gewichtskraft der Ornithopter-Masse
- $N$  Normalkraft senkrecht zur Bahnlinie
- $S$  Schub
- $W_r$  Restwiderstand des Ornithopters
- $\gamma$  Steigungswinkel der Flugbahn

Die Ermittlung des Kräftegleichgewichtes ist damit relativ aufwändig. Da die Flugbahn-Steigungswinkel großer Ornithopter, zumindest anfangs, sehr klein sind (etwa 2 bis 3 Grad) wird hier eine Vereinfachung vorgeschlagen. Der z-Auftrieb  $A_z$  des Ornithopters soll in erster Näherung auch im flachen Steigflug die Gewichtskraft  $G$  ausgleichen.

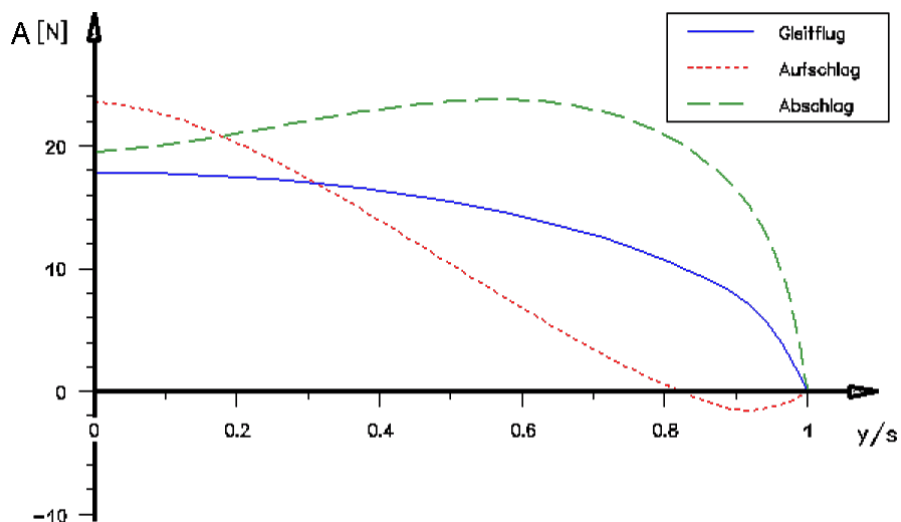
$$A_z \approx A_v = G \quad (4-2)$$

Der Schub  $S$  muss dann nur den Restwiderstand  $W_r$  des Ornithopters und den Hangabtrieb  $H$  überwinden. Der Restwiderstand beinhaltet den Widerstand von Rumpf, Leitwerk, Rumpf-Flügelübergang, Fahrwerk usw. Die Kräfte für das Kräftegleichgewicht in x-Richtung sind in Bild 6 an den beiden Enden des Ornithopters dargestellt (der Schub zur Darstellung des Kräftegleichgewichtes vergrößert).

## 5 Maßstäbliche Darstellung der Kräfte

Um die Größenverhältnisse der Kräfte nicht nur prinzipiell zu bewerten, habe ich mal nach geeigneten Daten in meinen Rechenmodellen gesucht. Es sollte ein Flugmodus verwendet werden, bei dem nicht mit einer Abwinklung des Handflügels zu rechnen ist. Der Reiseflug entspricht dieser Bedingung.

Geeignet war das Rechenbeispiel 10 aus dem Beitrag „Schlagflügel mit und ohne Flügeldrehung“<sup>4</sup>. Die dort verwendete Neigung der Schlagebene wird hier allerdings weggelassen. Das Beispiel hat beim Aufschlag in Schlagmitte die Zirkulationskennzahl  $c_{\Gamma 1} = 5$  und beim Abschlag  $c_{\Gamma 2} = 9$ . Zur Vergrößerung des Auftriebs beim Aufschlag erfolgt eine Drehung der Flügelwurzel um +5,9 Grad.

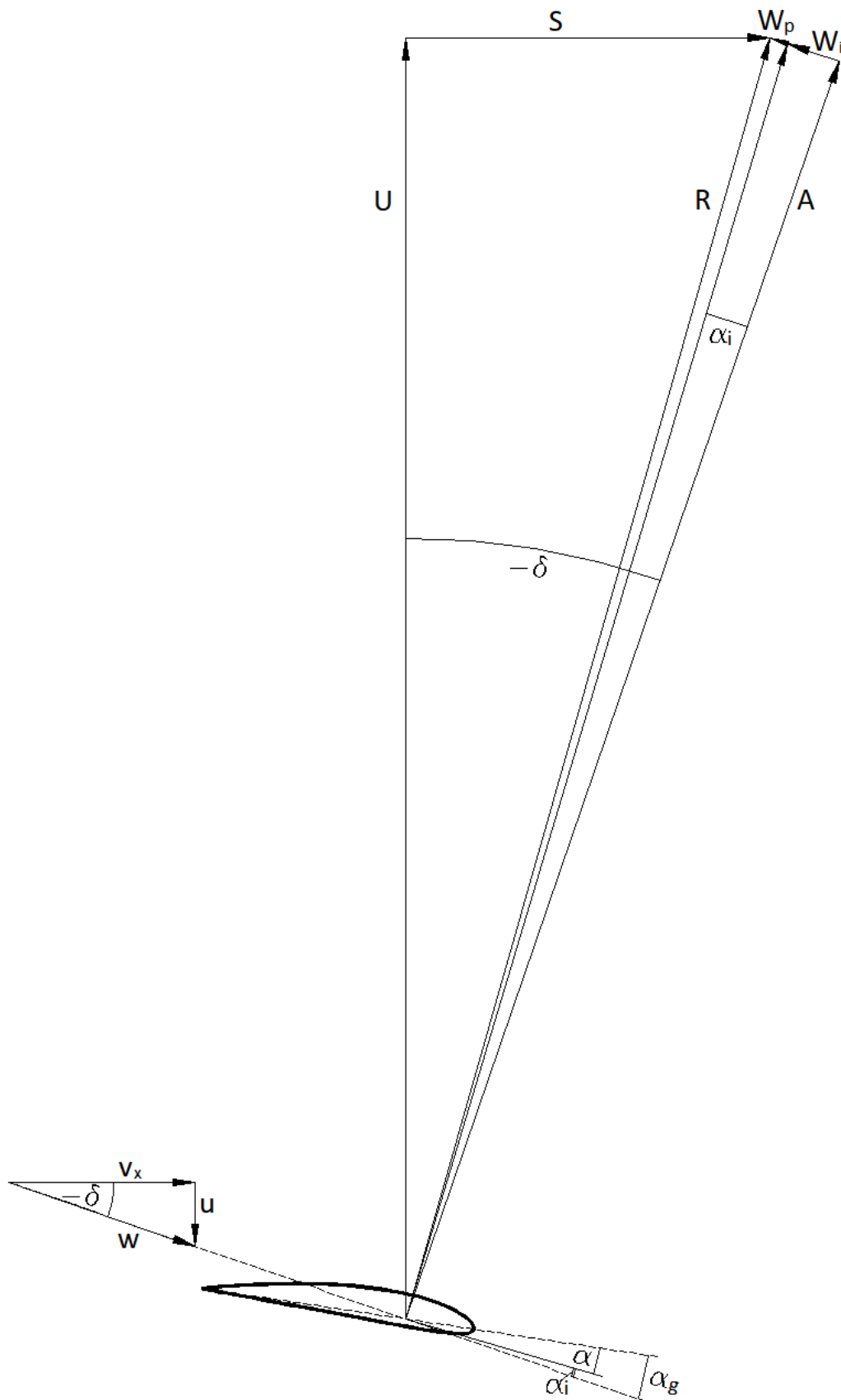


**Bild 7** Auftriebsverteilungen längs der Halbspannweite im Horizontalflug, mit Drehung der Flügelwurzel beim Aufschlag

Beim Abschlag wird längs der Halbspannweite  $s$  ein charakteristischer Flügelort gewählt. In Anlehnung an die Propellertheorie liegt er im Abstand  $0,7s$  von der Flügelwurzel.

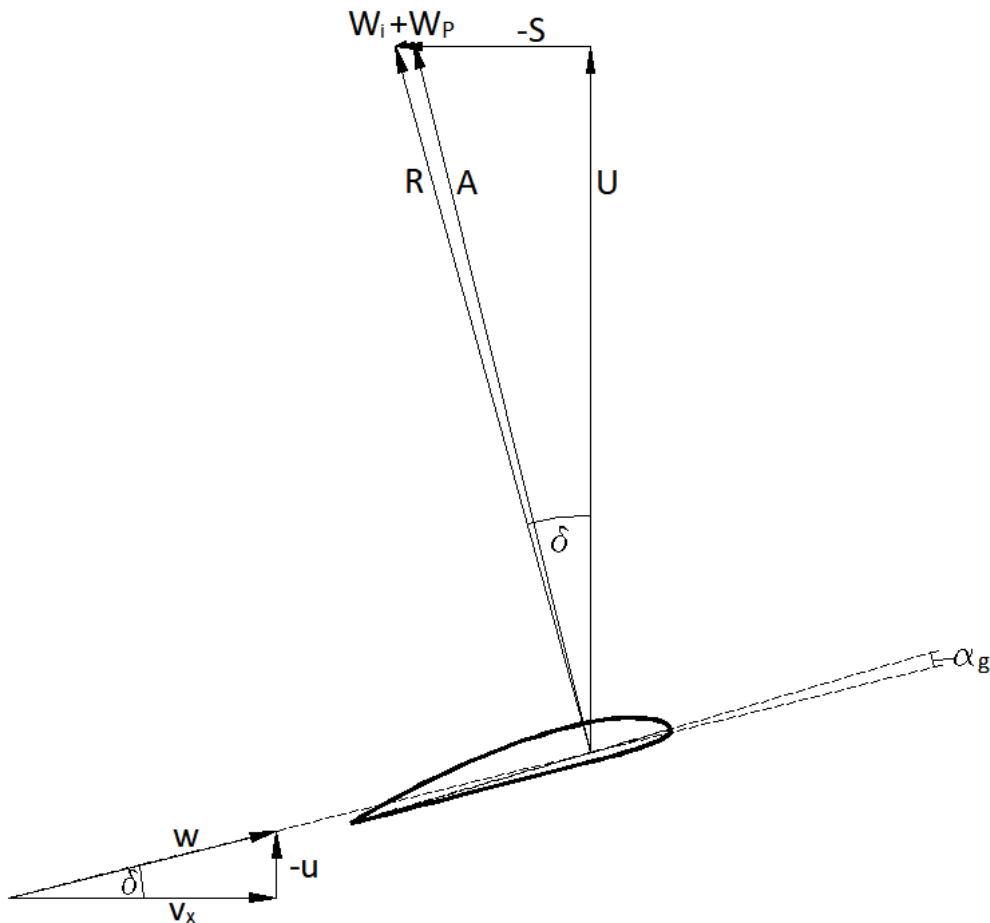
<sup>4</sup> siehe <http://ornithopter.de/daten/fluegeldrehung.pdf>





**Bild 8** Flügelort beim Abschlag im Abstand  $0,7s$  von der Flügelwurzel  
Kräfte und Winkel entsprechend dem Rechenmodell

Beim Aufschlag gestaltet sich die Suche nach einem charakteristischen Flügelort schwierig. Der Abstand  $0,7s$  liegt nahe dem Nulldurchgang des Auftriebs. In seinem Nahbereich ist der Auftrieb klein. Der induzierte Anstellwinkel ändert sich längs der Halbspannweite zwischen  $+3,5$  und  $-2,5$  Grad. Dadurch haben in der äußeren Hälfte der Halbspannweite der induzierte Widerstand und der Profilwiderstand nur sehr kleine Werte. Um wenigstens den Auftrieb gut darstellen zu können wurde für den Aufschlag der Flügelort im Abstand  $0,5s$  gewählt.



**Bild 9** Flügelort beim Aufschlag im Abstand  $0,5s$  von der Flügelwurzel  
Kräfte und Winkel entsprechend dem Rechenmodell,  
Maßstab wie Bild 8

Die Größe der Widerstände in Bild 8 und Bild 9 verdeutlichen den geringen Einfluss der Widerstände auf den Auftrieb.

In der Praxis treten bei Ornithoptern teilweise gravierende Abweichungen von den theoretischen Vorgaben auf.

- Die Bewegung des Flügelantriebs weicht infolge der ungleichmäßigen Belastung während einer Schlagperiode vom idealisierten Bewegungsablauf ab.
- Die meist unbekannte Elastizität der Bauteile und die Lose in den Antriebs- und Flügelmechaniken beeinträchtigt den geplanten Bewegungsablauf.

- c) Wegen der ständig wechselnden Beschleunigung neigen Schlagflügel zu Eigenschwingungen entlang der Spannweite und um ihre Längsachse. Das wirkt sich auf die Gleichmäßigkeit der Schlagbewegung und auf den Anstellwinkelverlauf aus.
- d) Infolge der unvollkommenen Gestaltung der Flügelverwindung entspricht der Anstellwinkelverlauf längs der Spannweite nur annähernd den theoretischen Vorgaben.
- e) Wegen der verwindungselastischen Bauweise des Schlagflügels weicht die Profilform von der theoretischen Form ab. Dazu kommen Rauigkeit, Beulen, Falten und Spalte in der Flügeloberfläche.
- f) Am Rumpf-Flügel-Übergang und am Handgelenk ist die theoretische Profilform lückenhaft.
- g) Das Auf- und Ab-Pendeln des Rumpfes wird in der Rechnung meist vernachlässigt.
- h) Die Berechnung erfolgt im Grenzbereich zwischen stationären und instationären Strömungsbedingungen. Das führt zu Ungenauigkeiten der Rechenergebnisse infolge der aerodynamischen Phasenverschiebung.
- i) Die in der Praxis vorkommenden Flugsituationen entsprechen nur selten den idealisierten Bedingungen im Rechenmodell.

Diese Randbedingungen sind bei der Konzeption eines Rechenmodells in Betracht zu ziehen. Ein Rechenmodell ist aber äußerst hilfreich, um eine Vorstellung vom Einfluss der verschiedenen Parameter zu bekommen. Eine näherungsweise Berechnung ist besser als nur mit Annahmen zu arbeiten.

## 6 Verwendete Symbole

Bei der Berechnung des Schlagflügels werden neben den Kräften der Aerodynamik auch physikalische Größen der Elektrik, Mechanik und Dynamik verwendet. Es ist daher zweckmäßig alle Kräfte mit „F“ wie „force“ zu kennzeichnen. Je nach Aufgabenstellung werden sie außerdem im Abstand  $y$  von der Flügelwurzel und zum Zeitpunkt  $t$  bestimmt. Beispielsweise schreib man für den Auftrieb  $A$

$$A_{(t)(y)} \equiv F_{A(t)(y)} \quad (6-1)$$

### Kräfte

$A$	$\equiv F_A$	Auftrieb	Kraft senkrecht zur auftriebsfreien Anströmrichtung
			$A \equiv Q \equiv F_Q \equiv$ Querkraft
$A_F$	$\equiv F_{AF}$	Flügelauftrieb	Auftrieb bezogen auf die Flügellängsachse
$A_v$	$\equiv F_{Av}$	vertikaler Auftrieb	Auftrieb in vertikaler Richtung (tragende Kraft)
$A_y$	$\equiv F_{Ay}$	Auftrieb in $y$ -Richtung	Auftriebsanteil in $y$ -Richtung des Ornithopters
$A_z$	$\equiv F_{Az}$	Auftrieb in $z$ -Richtung	Auftriebsanteil in $z$ -Richtung des Ornithopters
$G$	$\equiv F_G$	Gewichtskraft	vertikale Kraft der Masse des Ornithopters
$H$	$\equiv F_H$	Hangabtrieb	Widerstand infolge der Flugbahnsteigung
$L_{ax}$	$\equiv F_{Lax}$	axiale Lagerkraft	axiale Kraft des Schlaglagers

$N$	$\equiv F_N$	Normalkraft	Kraft im Steigflug senkrecht zur Flugbahn
$R$	$\equiv F_R$	Resultierende	resultierende Luftkraft mit Profilwiderstand
$R'$	$\equiv F_{R'}$	Resultierende	resultierende Luftkraft ohne Profilwiderstand
$S$	$\equiv F_S$	Schub	nach vorn gerichteter Kraft mit Flügelwiderständen
$V$	$\equiv F_V$	Vortrieb	nach vorn gerichteter Kraft ohne Flügelwiderstände
$U$	$\equiv F_U$	Umfangskraft	tangentiale Kraft am Flügelort in der Schlagebene
$W_i$	$\equiv F_{W_i}$	induzierter Widerstand	Kraft entgegen der Anströmrichtung infolge der Querströmung längs des Flügels mit Wirbelbildung
$W_p$	$\equiv F_{W_p}$	Profilwiderstand	Strömungswiderstand des Profils (Oberflächen-Reibungswiderstand und Formwiderstand)
$W_r$	$\equiv F_{W_r}$	Restwiderstand	Summe der Widerstände von Rumpf, Leitwerk, Rumpf-Flügelübergang, Fahrwerk usw.
$M_S$		Schlagmoment	Drehmoment des Schlagflügels um die Schlagachse
$M_D$		Drehmoment	Drehmoment des Schlagflügels um seine Längsachse
$P_S$		Schlagleistung	Leistung für die Schlagbewegung direkt am Flügel
$s$		Halbspannweite	

### Geschwindigkeiten

$v_\infty$		Geschwindigkeit der freien ungestörten Anströmung
$v_i$		induzierte Abwindgeschwindigkeit
$v_x$		Fluggeschwindigkeit
$u$	$\equiv v_u$	Umfangsgeschwindigkeit des Flügelortes
$w$	$\equiv v_w$	Bahngeschwindigkeit des Flügelortes
$\Gamma$		Zirkulation [ $m^2/s$ ]
$\omega$		Winkelgeschwindigkeit des Schlagflügels [ $rad/s$ ]

### Winkel

$\alpha$	Anstellwinkel des Profils
$\alpha_g$	geometrischer Einstellwinkel des Profils
$\alpha_i$	induzierter Anstellwinkel
$\delta$	Neigungswinkel der Bahnlinie des Flügelortes
$\Phi$	Schlagwinkel gegenüber der Horizontalen
$\gamma$	Steigungswinkel der Flugbahn
$\kappa$	Neigungswinkel der Schlagebene